

**Factoriser (dans \mathbb{C}) un polynôme de degré 3 à coefficients réels,
avec une racine donnée ou « évidente »**

CHEVRIER – 2020/2021 – T^{ale} Math Expertes

Exemple traité :

On souhaite factoriser le polynôme $f(z) = z^3 + z^2 + z - 3$ dans \mathbb{C} .

Étape 1 :

Une racine z_0 est donnée (ou se trouve facilement) : On vérifie alors que la valeur vérifie bien $f(z_0) = 0$.

Ici, il y a une valeur entière évidente qui est solution : $z_0 = \underline{\hspace{2cm}}$ car $f(\underline{\hspace{2cm}}) = \underline{\hspace{2cm}}$.

Étape 2 :

On écrit le polynôme sous la forme $f(z) = (z - z_0)(az^2 + bz + c)$ où $a \in \mathbb{R}^*$; $b \in \mathbb{R}$; $c \in \mathbb{R}$.

Pour déterminer ces coefficients a ; b et c , il y a deux méthodes :

Méthode 1.

Développer l'expression $f(z) = (z - z_0)(az^2 + bz + c)$ puis identifier les coefficients de l'expression développée avec ceux de l'expression cherchée.

Méthode 2.

« Poser » la division de $f(z)$ par $z - z_0$.

$$\begin{array}{r} z^3 + z^2 + z - 3 \\ \hline \end{array}$$

Étape 3 :

Factoriser le polynôme $az^2 + bz + c$.

Étape 4 :

En déduire la forme factorisée de $f(z)$.