**Approximation d’une intégrale par la méthode des rectangles**

Certaines fonctions n’ont pas de primitives qui peuvent s’écrire à l’aide des fonctions usuelles.

C’est par exemple le cas de la fonction définie sur par .

Le but de cette activité est d’obtenir malgré tout des valeurs approchées de l’intégrale :

**I] Introduction de la méthode**



On a représenté ci-contre la fonction sur l’intervalle .

1. Placer les points ;;;etde la courbe de d’abscisses respectives 0 ; ; ; et .
2. A l’aide de ces points, inscrire 4 rectangles sous la courbe de , de largeur et de longueur maximale.
3. **a)** Ecrire une fonction Python **f** qui prend x en argument et renvoie l’image de x par .

Important : Ne pas utiliser la fonction exp. Utiliser les notations de puissances à partir de la constante e, obtenue avec **from math import e**.

**b)** Ecrire une fonction Python **Aire\_rect** qui reçoit en argument la largeur **l** et la longueur **L** d’un rectangle et renvoie son aire.

**c)** A l’aide de ces fonctions, calculer la somme des aires des 4 rectangles précédents, et en déduire un minorant de .

**II] Automatisation de la construction et du calcul**

1. Ajouter à votre programme Python la fonction fournie dans le fichier « Méthode des rectangles (élève).py », qui trace la courbe représentative de sur l’intervalle et construit les 4 rectangles sous la courbe de . Tester.

 

1. **a)** Prévoir les valeurs successives prises par les variables x, l et L dans la boucle en complétant ce tableau :

 

**b)** Compléter la fonction pour qu’elle renvoie **Aire\_inf** qui est la somme des aires de ces rectangles.

Aides :

• On pourra ajouter un compteur qui s’incrémente à chaque étape de la boucle, en utilisant la fonction **Aire\_rect** précédemment écrite.
• On pourra éventuellement utiliser l’instruction **plt.text(0,-0.1,’Aire=’+str(Aire\_inf))** pour afficher cette aire sur le graphique.

**c)** Tester et vérifier qu’on retrouve le résultat de la question I]3)c).

1. Modifier la fonction pour qu’elle reçoive en argument le nombre de rectangles souhaités, et adapter l’affichage et le calcul. Tester pour puis pour .

**III] Recherche de la précision de la méthode**

1. On se place dans le cas général où on trace rectangles de même largeur sous la courbe de sur l’intervalle , et on note la somme de leurs aires.

Justifier que :

1. On considère de la même façon la somme des aires de rectangles de même largeur construits au-dessus de la courbe de sur l’intervalle .

Donner une expression de similaire à celle de .

1. **a)** Exprimer en fonction de .

**b)** En admettant que , en déduire que :

1. Quelle valeur de *n* faut-il choisir pour que soit une valeur approchée de à près ?

Donner une valeur approchée à près de cette intégrale à l’aide de votre programme.

**Georg Friedrich Bernhardt Riemann** (1826-1866) est à l’origine de cette méthode d’approximation d’intégrales à l’aide de rectangles